

# 2013학년도 연세대학교 원주캠퍼스 논술(자연계열) 입학시험 문제지

지원전형	일반 전형	모집단위		수험번호		성명		응시석번호		감독화인	
------	-------	------	--	------	--	----	--	-------	--	------	--

## **【문제 1】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (30점)**

어떤 회사의 한 부서에서 기밀문서를 금고에 보관했다. 5명의 부원 중에서 일정 인원 이상의 부원이 문서를 열람하는 데 동의를 해야 금고를 열어 문서를 볼 수 있도록 다음과 같이 하였다.

1단계. 금고의 비밀번호를 자연수  $m$ 으로 나타낸다.

2단계. 임의의 자연수  $n, k$ 를 선택하여 3차원 공간의 점  $P(m, n, k)$ 를 얻는다.

3단계. 5명의 부원에게 각각 점  $P$ 를 지나는 서로 다른 평면의 방정식

$$z = a_1x + b_1y + c_1$$

$$z = a_2x + b_2y + c_2$$

$$z = a_3x + b_3y + c_3$$

$$z = a_4x + b_4y + c_4$$

$$z = a_5x + b_5y + c_5$$

을 준다. 여기서,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ 에 대하여  $c_i = k - a_im - b_in$ 이다.

4단계. 3명 이상( $\geq 3$ )이 모였을 때 각자의 방정식을 공개하여 평면의 교점  $P$ 를 구한다.

(문제 1-1) 기밀을 유출하기로 공모한 2명이 금고의 비밀번호를 알아낼 수 없는 이유를 설명하시오. (10점)

(문제 1-2) 부원 3명이 동의하여 금고를 열 수 있게 하려면 위 방정식의 계수들은 어떤 조건을 만족해야 하는지 논하시오. (20점)

## **【문제 2】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (35점)**

삼차원 공간에서 구의 방정식

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

을 생각해보자. 구 표면 위의 점  $N(0, 0, 1)$ 을 지나는 직선이 구 표면에 있는 점  $(\alpha, \beta, \gamma)$ 와  $xy$ -평면 위의 점  $(m, n, 0)$ 을 지난다고 하자.

(문제 2-1)  $xy$ -평면 위의 점을  $(m, n, 0)$ 이라고 하자. 이 때, 구 표면의 점  $(\alpha, \beta, \gamma)$ 을  $m$ 과  $n$ 의 식으로 나타내시오. (15점)

(문제 2-2) (문제 2-1)에서  $(m, n, 0) = (2, -1, 0)$ 일 때와  $(m, n, 0) = (1, 2, 0)$ 일 때 구 표면의 점  $(\alpha, \beta, \gamma)$ 를 각각 구하고, 구 표면에서 이 두 점 사이의 최단거리의 근삿값을 추정하시오. 이 추정에서 필요하면 주어진 표를 이용하시오. (단, 소수점은 반올림하여 소수점이하 두 자리까지 사용하고 사잇각은 반올림하여 정수로 나타내시오.) (20점)

$\theta$ (도)	$\sin \theta$	$\cos \theta$
20	0.3420	0.9397
40	0.6428	0.7660
60	0.8660	0.5000
80	0.9848	0.1736

(뒷면에 계속)

# 2013학년도 연세대학교 원주캠퍼스 논술(자연계열) 입학시험 문제지

【문제 3】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (35점)

생산 시스템에 전원을 공급해 주는 전원장치를 세 개 구비하고 있는 연세기업에서는 최근 신제품을 개발하여 생산·판매하고 있고, 신제품의 판촉을 위한 행사도 계획하고 있다.

(문제 3-1) 두 사건  $A_1$  과  $A_2$  의 합사건의 확률은 아래의 식(1)과 같다.

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) \dots\dots (1)$$

벤 다이어그램을 이용하지 말고, 식(1)을 이용하여 세 사건  $A_1, A_2, A_3$  의 합사건의 확률은 아래의 식(2)와 같음을 보이시오. (10점)

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \dots\dots (2)$$

(문제 3-2) 연세기업에서는 제품 생산을 위한 생산 시스템에 안정적인 전원을 공급해 주기 위해 세 개의 전원장치(전원장치  $A$ , 전원장치  $B$ , 전원장치  $C$ )를 병렬로 연결하여 설치하였다. 따라서 세 개의 전원장치 중 적어도 한 개만 작동하면 생산 시스템에 전원이 공급되어 생산 시스템이 작동되게 된다. 세 개 전원장치의 작동 확률에 관한 정보는 다음과 같다.

- (1) 전원장치  $A$  가 작동할 확률은  $1/2$
- (2) 전원장치  $B$  가 작동할 확률은  $1/3$
- (3) 전원장치  $B$  가 작동하고 있다는 조건 아래에서 전원장치  $C$  가 작동할 확률은  $3/8$
- (4) 전원장치  $A$  의 작동과 전원장치  $C$  의 작동은 서로 독립
- (5) 전원장치  $C$  가 작동하지 않고 있다는 조건 아래에서 전원장치  $A$  와 전원장치  $B$  가 모두 작동할 확률은  $1/18$

생산 시스템에 전원이 공급되고 있어 생산 시스템이 아무 문제없이 작동되고 있다고 한다. 이 때 세 개의 전원장치 중 전원장치  $B$  만 작동 중일 확률을 (문제 3-1)의 식(2)를 이용하여 구하시오. (10점)

(문제 3-3) 연세기업에서는 신제품의 판촉을 목적으로, 생산하는 신제품의 20%에 ‘당첨’스티커를 무작위로 부착하여 포장한 후 판매하고 있다. 어떤 구매자가 연세기업의 신제품을 구입하는데, 처음으로 ‘당첨’스티커가 부착되어 있는 신제품을 구입할 때까지 계속하여 한 개씩 구입하려고 한다(신제품을 한 개씩 구입하는 시행은 독립시행이라고 가정한다). 이 구매자가 구입하게 될 신제품 개수의 확률분포표를 제시하고, 이를 이용하여 이 구매자가 평균 몇 개의 신제품을 구입하게 될지 답하시오. (15점)

# 2013학년도 연세대학교 원주캠퍼스 수시모집 논술시험(자연계열)

## 출제의도 및 제시문 분석

### (출제의도)

수리 및 과학적인 자료나 모델에 대해서, 첫째 기본적인 정보를 이해하는 능력, 둘째 주어진 정보를 분석하는 능력, 셋째 의미있는 정보들을 종합하고 논리적 추론을 통하여 주어진 문제를 해결하는 종합적 문제해결 능력 등을 측정할 수 있도록 하였다. 특히, 고등학교 수학 I, II(기하와 벡터, 적분과 통계 포함) 교과과정에 들어있는 기본적인 개념과 원리를 활용하여 여러 가지 다양한 형태의 답안이 가능하도록 하였다.

### (문항분석)

**[문제 1]** 기하 문제와 대수 문제를 연관하여 문제 해결을 할 수 있는지를 평가하기 위한 문제이다. 여러 사람이 공유하고 있는 비밀을 일정 조건이 만족되는 경우에만 열람할 수 있게 하려고 3차원 공간에서 평면의 위치 관계를 이용하였다. 3차원 공간에서 평면의 위치 관계를 연립1차방정식의 문제로 바꾸어서 생각해야 정확한 결론을 내릴 수 있다. 3차원 공간에서 평면의 위치 관계에 대한 직관적인 이해를 연립1차방정식의 문제로 바꾸어 이론적인 근거를 제시할 수 있어야 한다.

두개의 평면의 위치 관계는 교과서에 명시되어 있으므로 두 사람이 먼저 금고를 열 수 없음은 연립방정식을 생각하지 않아도 얼마든지 해결할 수 있다. 그러나 세 사람의 경우, 세 개의 평면의 위치 관계에 대하여(교과서에 정리로) 명시되지 않았으므로 3원1차 연립방정식의 문제로 바꾸어 2원1차 연립방정식에 대한 지식을 이용하여 풀어야 한다. 평면이 5개가 주어져 있는데 이들 중 특정한 3개를 가지고 금고를 열 수 있는 조건을 생각해 보고 이를 일반화하여 말할 수 있어야 한다. 물론 처음부터 임의의 3개를 택하여 생각할 수 있다면 수학적 완성도가 높은 답안이다.

**[문제 2]** 3차원 공간에서 직선, 평면, 구의 위치관계를 통하여 점의 대응관계를 알아보는 문제이다. 즉, 구 표면의 점과 평면 위의 점을 대응시켜 두 점 사이의 관계를 알아본다. 특히, [문제 2-1]은  $xy$ -평면 위의 점이 주어졌을 때 이에 대응되는 구 표면의 점을 알아본다. [문제 2-2]는 [문제 2-1]을 이용하여  $xy$ -평면 위의 점들이 주어졌을 때 이에 대응되는 구 표면의 점들을 찾는다. 그리고 대응점들을 벡터로 해석하여 내적을 이용하면 벡터들의 사잇각에 대한 정보를 알 수 있다. 특히, 주어진 표를 활용하여 사잇각에 대한 근삿값을 알아보고 구 표면에서 두 대응점의 최단거리의 근삿값을 추정하는 문제이다.

**[문제 3]** 적분과 통계 교과과정에 들어있는 기본적인 개념과 원리를 활용하여 여러 가지 형태의 문제를 해결할 수 있는지를 평가하였다. [문제 3-1]은 두 사건의 합사건의 확률을 구할 때 이용하는 관계식을 세 사건의 합사건의 확률을 구할 때 이용할 수 있는 관계식으로 확장할 수 있는지를 평가하는 문제이다. [문제 3-2]는 [문제 3-1]에 제시된 세 사건의 합사건의 확률을 구할 때 이용할 수 있는 관계식을 실제 경우에 응용할 수 있는지를 확인하는 문제이다. [문제 3-2]에 제시된 확률에 관한 정보를 몇 가지 간단한 확률의 법칙에 적용하면 [문제 3-2]는 해결할 수 있다. 또한 [문제 3-3]에서는 동일 예제를 이용하여 문제에 주어진 이산 확률변수의 확률분포를 구한 다음에 수열의 합을 구하는 방법을 이용하면 평균을 구할 수 있다.